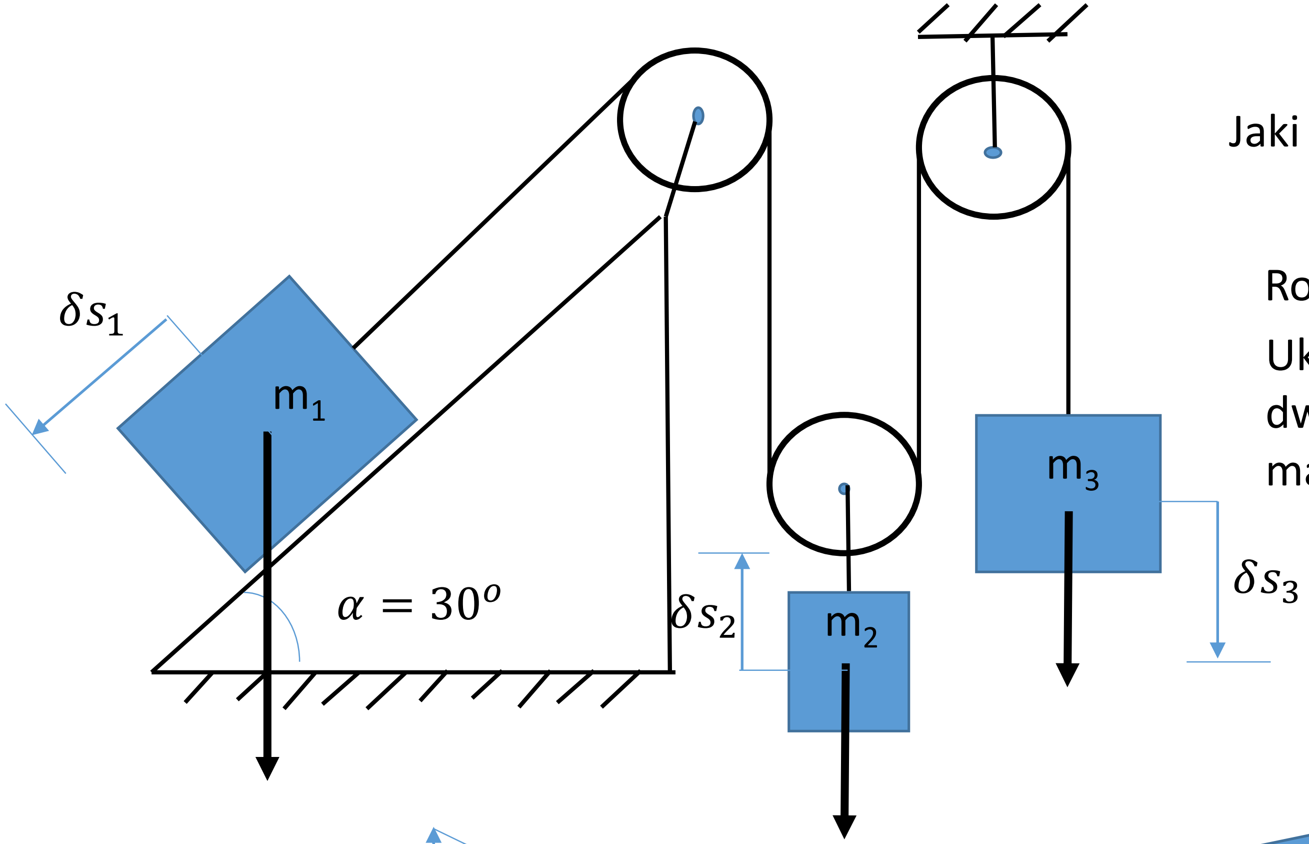


Jaki stosunek mas musi być, aby układ był w równowadze.

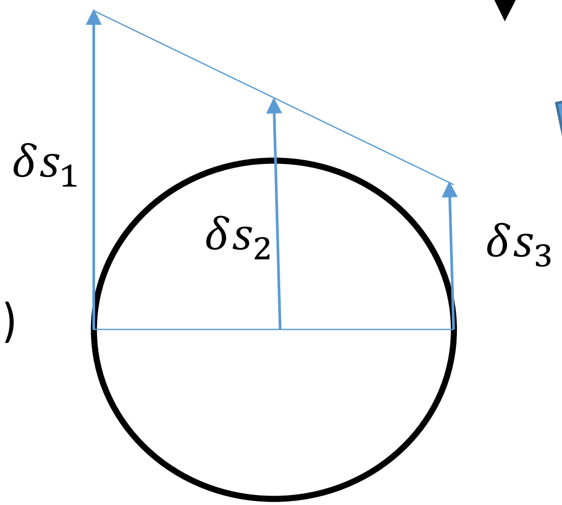
nie ma tarcia!! Dane: m_1, m_2, m_3 i α.

Rozwiązanie.

Układ ma dwa stopnie swobody, więc „wirtualnie” przesuwamy dwie masy m_1 i m_2, ruch masy m_3 jest wynikowy. Jak dwie masy 1 i 3 idą w dół, to masa 2 idzie do góry.

Z zasady prac przygotowanych

$$\sum_{i=1}^{n} \bar{F}_i d\bar{r}_i = m_1 g \sin\alpha \, \delta s_1 - m_2 g \delta s_2 + m_3 g \delta s_3 = 0$$



$\delta s_2 = 0.5(\delta s_1 + \delta s_3)$

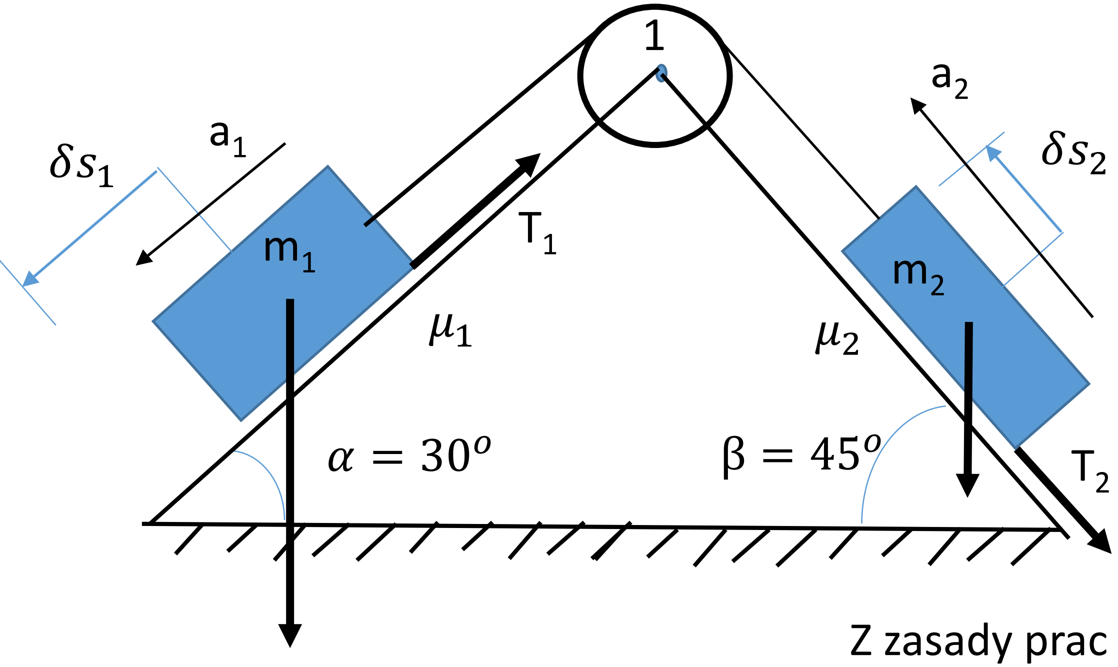
$$m_1 g \sin\alpha \, \delta s_1 - m_2 g \, 0.5(\delta s_1 + \delta s_3) + m_3 g \delta s_3 = 0$$

$$(m_1 g \sin\alpha - 0.5 m_2 g) \, \delta s_1 + (m_3 g - 0.5 m_2 g) \delta s_3 = 0$$

To ma być prawdziwe dla dowolnych δs_1 i δs_3

Więc $m_1 g \sin\alpha - 0.5 m_2 g = 0$ $\quad m_3 g - 0.5 m_2 g = 0$

Odp. $\boxed{\dfrac{m_1}{m_2} = \dfrac{1}{2\sin\alpha} \qquad \dfrac{m_3}{m_2} = \dfrac{1}{2}}$



Zasada d'Dalembertea. Dynamika w zasadzie prac przygotowanych.

Wyznacz przyspieszenie klocka m1 i m2.

Dane: m_1, m_2, m_3 , μ_1, μ_2, α i β. Krążek 1 jest nieważki, linki idealnie sztywne

Rozwiązanie.

Zakładamy jakiś kierunek ruchu układu, niech m1>>m2 wtedy m1 porusza się w dół.

Z zasady prac przygotowanych

Siły ciężkości i tarcia rzutujemy na kierunek naszych przemieszczeń wirtualnych.

Siły tarcia: $T_1 = m_1\mu_1 g\ cos\alpha, T_2 = m_2\mu_2 g\ cos\beta$

przyspieszenie jest zgodne z przemieszczeniem wirtualnym, minus wynika ze wzoru (siła bezwładności)

$$\sum_{i=1}^{n} (\bar{F}_i - m_i\ddot{\bar{r}}_i)\delta\bar{r}_i = ((m_1 g\ sin\alpha - m_1\mu_1 g cos\alpha) - m_1 a_1)\ \delta s_1 +$$
$$+((-m_2 g\ sin\beta - m_2\mu_2 g cos\beta) - m_2 a_2)\ \delta s_2 = 0$$

linka nieważka i nierozciągliwa więc: $a_1 = a_2, \delta s_1 = \delta s_2$

$$(m_1 g\, sin\alpha - m_1 \mu_1 g cos\alpha - m_1 a_1 - m_2 g\, sin\beta - m_2 \mu_2 g cos\beta - m_2 a_1)\, \delta s_1 = 0$$

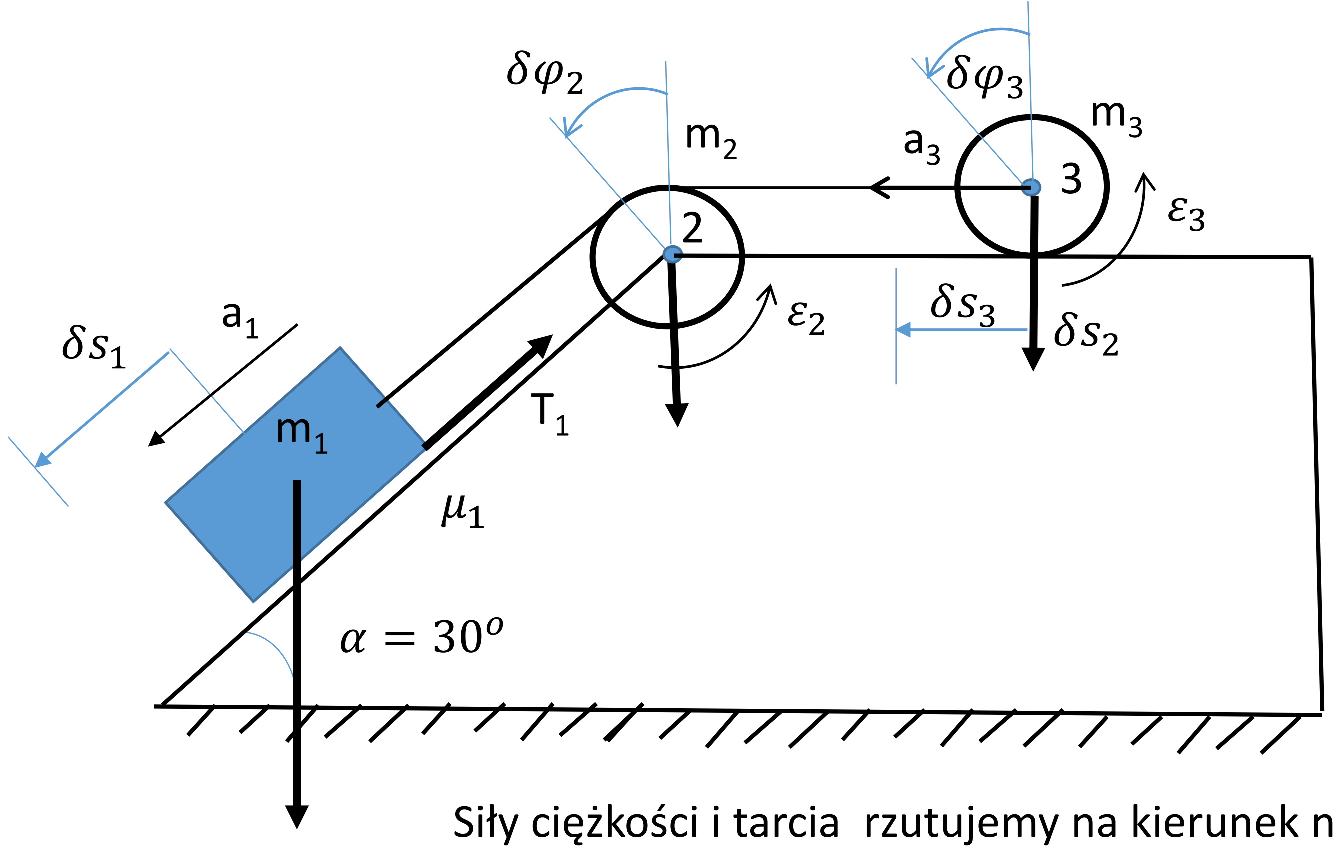
Ma to być prawdziwe dla dowolnego δs_1, więc to co w nawiasie ma być równe zero.

$$m_1 g\, sin\alpha - m_1 \mu_1 g cos\alpha - m_1 a_1 - m_2 g\, sin\beta - m_2 \mu_2 g cos\beta - m_2 a_1 = 0$$

$$m_1 g\, (sin\alpha - \mu_1 cos\alpha) - m_2 g\, (sin\beta + \mu_2 cos\beta) = a_1(m_1 + m_2)$$

$$\boxed{a_1 = \frac{m_1 g\, (sin\alpha - \mu_1 cos\alpha) - m_2 g\, (sin\beta + \mu_2 cos\beta)}{m_1 + m_2}}$$

Gdyby okazało się, że a1 jest ujemne, to jeszcze nie znaczy, że układ z takim przyspieszeniem będzie się poruszał w drugą stronę. Przy ruchu w drugą stronę zmienia się kierunek tarcia, więc należy przeliczyć jeszcze raz.



Oblicz przyspieszenie a_1

Dane: $m_1= m_2 =m_3=m$,
$R_1=R_2=R$ – promienie krążków

Rozwiązanie.

$$\sum_{i=1}^{n} (\bar{F}_i - m_i \ddot{\bar{r}}_i)\delta\bar{r}_i = 0$$

Siły ciężkości i tarcia rzutujemy na kierunek naszych przemieszczeń wirtualnych.

Siła tarcia: $T_1 = m_1 \mu_1 g \; cos\alpha$

Dla krążka który się obraca zasada prac opiera się o przemieszczenie wirtualne jako kąt $\delta\varphi$ wtedy wzór wygląda tak $\sum_{i=1}^{n} (M_{zi} - I_{zi}\varepsilon_i)\delta\varphi_i = 0$

Mamy tu ruch płaski, momentu zewnętrznego (napędowego czy hamującego) w naszym przykładzie nie ma, więc zostaje bezwładność ruchu obrotowego, która jest równa iloczynowi momentu bezwładności względem osi obrotu i przyspieszenia kątowego $I_{zi}\varepsilon_i$.

$$\sum_{i=1}^{n} (\bar{F}_i - m_i\ddot{\bar{r}}_i)\delta\bar{r}_i = ((m_1 g\ sin\alpha - m_1\mu_1 g cos\alpha) - m_1 a_1)\ \delta s_1 +$$

$$+(0 - I_{z2}\varepsilon_2)\ \delta\varphi_2 + (0 - m_3 a_3)\delta s_3 + (0 - I_{z3}\varepsilon_3)\delta\varphi_3 = 0$$

Krążek nr 2 obraca się tylko, więc bezwładność ma wartość $I_{z2}\varepsilon_2$

Krążek nr 3 obraca się i przesuwa zarazem, więc bezwładność z ruchem obrotowym ma wartość $I_{z3}\varepsilon_3$ i dodatkowo bezwładność związana z przyspieszeniem środka jego masy $m_3 a_3$, gdzie I_{z3} moment bezwładności względem środka masy.

$$I_{z2} = \frac{m_2 R^2}{2}$$

$$\boxed{\varepsilon_2 = \frac{a_1}{R} \qquad \delta\ \varphi_2 = \frac{\delta s_1}{R}}$$

z ruchu płaskiego

$a_3 = a_1, \delta s_3 = \delta s_1$ bo jest nieważka i nierozciągliwa nić

$$I_{z3} = \frac{m_3 R^2}{2}$$

$$\boxed{\varepsilon_3 = \frac{a_1}{R} \qquad \delta\ \varphi_3 = \frac{\delta s_1}{R}}$$

z ruchu płaskiego

stąd mamy:

$$\sum_{i=1}^{n} (\bar{F}_i - m_i\ddot{\bar{r}}_i)\delta\bar{r}_i = ((m_1 g\ sin\alpha - m_1\,\mu_1 g cos\alpha) - m_1 a_1)\ \delta s_1 +$$

$$+(0 - \frac{m_2 R^2}{2} \cdot \frac{a_1}{R})\ \frac{\delta s_1}{R} + (0 - m_3 a_1)\delta s_1 + (0 - \frac{m_3 R^2}{2} \cdot \frac{a_1}{R})\frac{\delta s_1}{R} = 0$$

$$\delta s_1 \left(m_1 g\ sin\alpha - m_1\,\mu_1 g cos\alpha - m_1 a_1 - \frac{m_2 a_1}{2} - m_3 a_1 - \frac{m_3 a_1}{2} \right) = 0$$

$m_1= m_2 =m_3=m$

$$\delta s_1 \left(m\ g\ sin\alpha - m\ \mu_1 g cos\alpha - m\ a_1 - \frac{m\ a_1}{2} - m\ a_1 - \frac{m\ a_1}{2} \right) = 0$$

ma być prawdziwe dla dowolnego δs_1 więc to co w nawiasie musi być równe zero

$$m\ g\ sin\alpha - m\ \mu_1 g cos\alpha - m\ a_1 - \frac{m\ a_1}{2} - m\ a_1 - \frac{m\ a_1}{2} = 0$$

Odp.

$$\boxed{a_1 = \frac{g(sin\alpha - \mu_1 cos\alpha)}{3}}$$